Funcţia de gradul I

Activități remediale

Clasa a 9-a A și C

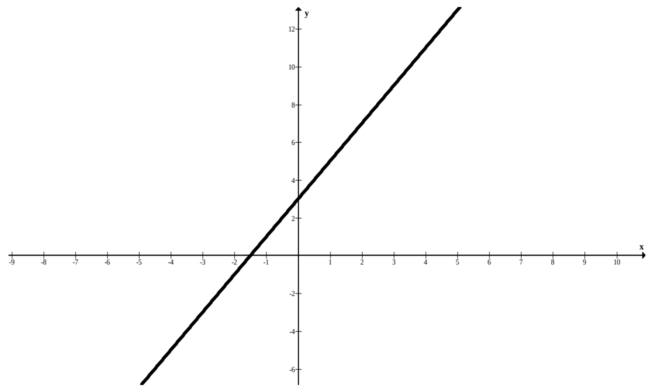

Fig. 1 (Graficul funcției $f(x)=2x+3$, f:**R**→**R**)

Definitie: Fie $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$. Functia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b$ se numeste functie de gradul I.

OBS. Un punct $A(x_A; y_A) \in Gf \Leftrightarrow f(x_A) = y_A$.

Proprietăţi:

1. Graficul funcţiei de gradul I

- Intersectia cu axele de coordonate:

a.) $Gf \cap Ox \Leftrightarrow f(x)=0 \Leftrightarrow ax+b=0 \Leftrightarrow x=\frac{-b}{a} \Rightarrow Gf \cap Ox=\left\{A\left(\frac{-b}{a};0\right)\right\}$

b.) $Gf \cap Oy \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = a * 0 + b \Rightarrow f(0) = b \Rightarrow Gf \cap Oy = \{B(0; b)\}$

→ Daca $a>0$, graficul functiei de gradul I este o functie care „urca”

→ Daca $a<0$, graficul functiei de gradul I este o functie care „coboara”

→ Imaginea functiei liniare este: $Imf = \mathbb{R}$.

2. Monotonia funcţiei de gradul I

Funcţia de gradul I este strict monotonă pe $\boldsymbol{R}$.

Fie $x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$.

Daca $a > 0 \Rightarrow f$ strict crescatoare pe $\mathbb{R}$ şi dacă $a < 0 \Rightarrow f$ strict descrescatoare pe $\mathbb{R}$

Semnul funcţiei de gradul I

- f are semnul lui a pe $\left(-\frac{b}{a};+\infty\right)$;
- f are semn contrar lui a pe $\left(-\infty;-\frac{b}{a}\right)$;

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	semn contrar lui a	0	semnul lui a

Paritatea funcţiei de gradul I

$$f(-x) = -ax + b \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \Rightarrow f(-x) = -f(x) \Rightarrow f \text{ impară} \\ b \neq 0 \Rightarrow f \text{ nu este nici pară nici impară} \end{cases}$$

Funcţia de gradul I este nemărginită.

Funcţia de gradul I nu este periodică.

Observaţii:

- Bisectoarea întâi (ce corespunde cadranelor I şi III) ce reprezintă graficul funcţiei liniare este dreapta de ecuaţie: $y = x <=> f(x) = x$, $x \in \mathbb{R}$.
- Bisectoarea a doua (ce corespunde cadranelor II şi IV) are ecuaţia: $y = -x <=> f(x) = -x$, $x \in \mathbb{R}$.

OBS. $(f \circ g)(x) = f(g(x))$.

<u>Pozitiile relative a doua drepte.</u>

Fie sistemul $(S)\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$.

Fiecare ecuatie a sistemului este o ecuatie a unei drepte in plan.

Ex: $d_1 : ax + by = c$ **si** $d_2 : mx + ny = p$ **.**

- $\rightarrow$ Sistemul are solutie unică (sistem compatibil determinat) – dreptele se intersectează
- $\rightarrow$ Sistemul are o infinitate de solutii (sistem compatibil nedeterminat) – dreptele sunt confundate
- $\rightarrow$ Sistemul nu are nici o solutie (sistem incompatibil) – dreptele sunt paralele.

Obs: formula distantei / lungimea segmentului $AB = \sqrt{(x_{\mathbf{B}} - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Functia de gradul I

Exerciții

1. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$. Sa se calculeze $f\left(-\frac{1}{2}\right), f(-1), f(0), f(1), f\left(\frac{1}{2}\right)$.
2. Sa se afle $x \in \mathbb{Z}$ astfel incat $4 \leq \frac{2x-1}{2} \leq 5$.
3. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2014x - 2013$. Sa se calculeze $\left(f(1)\right)^{2014}$.
4. Determinati abscisele punctelor de intersectie a graficelor punctiilor $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si $f(x) = x^2 - 4x, g(x) = x - 6$
5. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 1 - x^{2018}$. Sa se calculeze $f(-2) \ast f(-1) \ast f(0) \ast f(1) \ast f(2)$.
6. Sa se determine cea mai mica valoare a functiei $f: [-2; 2] \to \mathbb{R}, f(x) = -2x + 3$.
7. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 5 - x$. Sa se calculeze $f(0) \ast f(1) \ast ... \ast f(2018)$.
8. Sa se determine valoarea minima a functiei $f: [-3; 2] \to \mathbb{R}, f(x) = -2x + 1$.
9. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. Sa se calculeze $f(-3) + f(-2) + f(-1) + f(0)$.
10. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3 - x$. Sa se calculeze $f(-3) \square f(-2) \square \ldots \square f(2) \square f(3)$.
11. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 4 - x$. Sa se calculeze $f(1) + f(2) + \ldots + f(5)$.
12. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x - 1$. Sa se calculeze $f(1) + f(2) + \ldots + f(7)$.
13. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x - 12$. Sa se calculeze $f(0) \ast f(1) \ast ... \ast f(2017) \ast f(2018)$.
14. Sa se determine coordonatele punctului de intersectie a dreptelor de ecuatii $2x + 3y - 1 = 0$ si $-4x + y - 12 = 0$.
15. Sa se determine coordonatele punctului de intersectie a dreptelor de ecuatii $5x + 2y - 4 = 0$ si $x - 3y - 11 = 0$.
16. Sa se determine solutiile sistemului $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 3 \end{cases}$.
17. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x + 3$. Sa se calculeze $f(2) + f(2^2) + \ldots + f(2^{10})$.
18. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b$, al carei grafic este dreapta AB unde $A(-1; 7), B(2; 4)$. Sa se afle $a, b \in \mathbb{R}$.
19. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 5x - 7$. Sa se afle $x \in \square$ astfel incat $f(x) + f(1) \leq -2$.

20. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^{2014} - 1$. Sa se calculeze $f(-2017) \cdot f(-2016) \cdot \ldots \cdot f(2016) \cdot f(2017)$.

21. Sa se determine valoarea maxima a functiei $f:[-2;3] \to \mathbb{R}$, $f(x) = -3x + 4$.

22. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$. Sa se calculeze $f(1) + f(2) + \ldots + f(10)$.

23. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x - 3$. Sa se calculeze $f(1) \cdot f(2) \cdot \ldots \cdot f(9) \cdot f(10)$.

24. Sa se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel incat $A(m;3) \in Gf$, unde $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 5x - 2$.

25. Sa se determine coordonatele punctului de intersectie a dreptelor de ecuatii $2x - y - 2 = 0$ si $x + 3y - 8 = 0$.

26. Sa se determine elementele multimii $A = \{x \in \mathbb{N} | 2x + 3 \geq 5x - 6\}$.

27. Sa se determine distanta dintre punctele de intersectie ale graficului functiei f cu axele de coordonate, unde $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x - 6$.

28. Sa se afle $a \in \mathbb{R}$ astfel incat $P(1;1) \in Gf$, unde $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x + a$.

29. Fie $P(-3;2) \in Gf$, $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax - 1$. Sa se afle $f(x)$.

30. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x - 2$. Sa se calculeze $f(2) + f(-2)$.

31. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x + 3$. Sa se calculeze $f(-1) + f(0) + f(1)$.

32. Sa se afle $x \in \mathbb{Z}$ astfel incat $-1 \leq \frac{x+1}{3} \leq 1$.

33. Fie $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1, g(x) = x + 3$. Sa se determine coordonatele punctului de intersectie a graficelor celor doua functii.

34. Aflati $a \cdot b$, stiind ca $a + b = 150$ si *a* reprezinta 25% din *b*.

35. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 5 - x$. Sa se calculeze $f(1) \cdot f(2) \cdot \ldots \cdot f(9) \cdot f(2018)$.

36. Calculati distanta de la punctul A(2;3) la punctul de intersectie al dreptelor $d_1: 2x - y - 6 = 0$ si $d_2: -x + 2y - 6 = 0$.

37. Determinati coordonatele punctului de intersectie a graficelor functiilor $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x - 3, g(x) = 5 - x$

38. Calculati $f(-2) * f(0)$ pentru functia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x + 1$.

39. Calculati $f(-4) + f(4)$ pentru functia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x + 4$.

40. Rezolvati in R, ecuatia $(x-2)^2 - x^2 + 8 = 0$.

41. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x - 3$. Sa se calculeze $f(-2) + f(0) + f(2)$.

42. Determinati coordonatele punctului de intersectie a graficului functiei $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x + 4$ cu axa Oy.

43. Aflati $m \in \mathbb{R}$ stiind ca $f(m) = 1$ si $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x - 4$.

44. Aflati $a \in \mathbb{R}$ stiind ca $f(1) = a$ si $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x + 3$.

45. Calculati $(f \circ g)(-2)$, unde $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x - 4, g(x) = 2x + 5$.

46. Aflati $m \in \mathbb{R}$ stiind ca $A(3; m-1) \in d: x + y - 3 = 0$.

47. Aflati $a \in \mathbb{R}$ stiind ca $A(a; 0) \in Gf$ si $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x - 2$.

48. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x + 3$. Sa se calculeze $f(1) + f(2) + f(0) + f(-1)$.

49. Aflati $a \in \mathbb{R}$ stiind ca $A(1; 0) \in Gf$ si $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x - a$.

50. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x + 2$. Determinati coordonatele punctului de intersectie a graficului functiei cu axa Oy.

51. Fie dreapta $d: x + y = 4$. Aflati $m \in \mathbb{R}$ stiind ca $A(m; m) \in d$.

52. Fie $f: \{-1; 0; 1; 2\} \to \mathbb{R}, f(x) = -2x + 1$. determinati valoarea maxima a functiei.

53. Fie $a, b \in \mathbb{R}$ astfel incat $A(a; b+1) \in Gf, A(a; b+1) \in Gg$, unde $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x + 5,\ \ g(x) = x + 1$.

54. Determinati punctele de intersectie ale graficului functiei $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$ cu axele de coordonate.

55. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{2}x + 3$. Demonstrati ca $\forall a, b \in \mathbb{Q}; a \neq b : \frac{f(a) - f(b)}{a - b} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

56. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^{2012} + x^2 + 1$. Demonstrati ca $f(-3) - f(-1) + f(1) - f(3) = 0$.

57. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 8 - x$. Sa se calculeze $f(0) * f(1) * \ldots * f(10)$.

58. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -3x + 4$. Aflati $x \in \mathbb{R}$ astfel incat $f(-x) + f(1) \leq 1$.

59. Sa se determine coordonatele punctului de intersectie a dreptelor de ecuatii $2x + y - 4 = 0$ si $3x + y - 5 = 0$.

60. Demonstrati că punctul $A\left(\frac{2013}{2012}; 2\right) \in Gf$, unde $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2012x - 2011$.

61. Fie $f: [0; 2] \to \mathbb{R}, f(x) = -4x + 3$. Determinati multimea valorilor functiei.